

Chương III. VECTƠ TRONG KHÔNG GIAN- QUAN HỆ VUÔNG GÓC TRONG KHÔNG GIAN

§1. VECTƠ TRONG KHÔNG GIAN

I. ĐỊNH NGHĨA VÀ CÁC PHÉP TOÁN VỀ VECTƠ TRONG KHÔNG GIAN

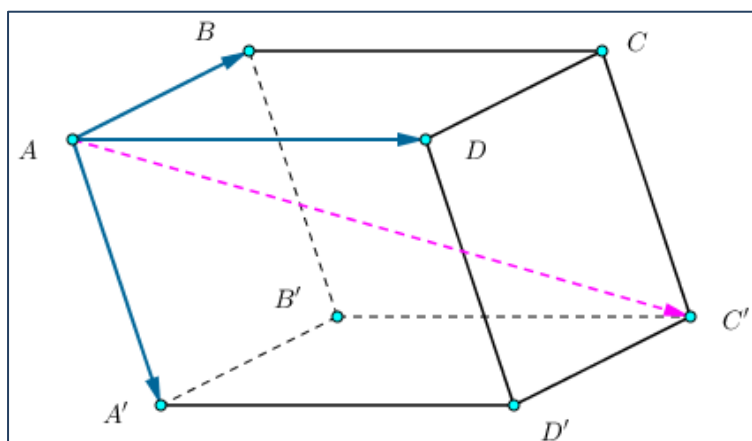
1. Định nghĩa

Vectơ trong không gian là một đoạn thẳng có hướng. Kí hiệu $\overrightarrow{AB}$ chỉ vectơ có điểm đầu A, điểm cuối B. Ngoài ra, vectơ còn được kí hiệu: $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{x}, \vec{y}, \dots$

2. Phép cộng và phép trừ vectơ trong không gian

Phép cộng và phép trừ vectơ trong không gian được định nghĩa tương tự như phép cộng và phép trừ vectơ trong mặt phẳng.

Ngoài quy tắc như phép cộng và phép trừ trong mặt phẳng, phép cộng và phép trừ trong không gian còn có quy tắc hình hộp được suy ra từ quy tắc hình bình hành: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, khi đó ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$



3. Phép nhân vectơ với một số

Tích của vectơ $\vec{a}$ và số k được định nghĩa và có các tính chất như trong mặt phẳng

II. ĐIỀU KIỆN ĐỒNG PHẪNG CỦA BA VECTƠ

1. Định nghĩa

Trong không gian, ba vectơ được gọi là đồng phẳng nếu giá của chúng cùng song song với một mặt phẳng

2. Điều kiện để ba vectơ đồng phẳng

a. Định lí 1

Trong không gian cho hai vector $\vec{a}, \vec{b}$ không cùng phương và vector $\vec{c}$. Khi đó ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng khi và chỉ khi có duy nhất cặp số m, n sao cho $\vec{c} = m\vec{a} + n\vec{b}$.

b. Định lí 2

Trong không gian cho ba vector không đồng phẳng $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$. Khi đó với mọi vector $\vec{x}$ ta đều tìm được một bộ ba số m, n, p sao cho $\vec{x} = m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c}$

BÀI TẬP

Bài 1. Cho tứ diện ABCD. Chứng minh: $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}$

Bài 2. Cho tứ diện ABCD. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AD, BC và G là trọng tâm của tam giác BCD. Chứng minh:

a. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC})$

b. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AG}$

Bài 3. Cho tứ diện ABCD. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, CD. Chứng minh:

a. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC})$

b. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD})$

Bài 4. Cho tứ diện ABCD, G là trọng tâm tam giác ABC. Chứng minh: $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = 3\overrightarrow{DG}$

Bài 5. Cho tứ diện ABCD. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và CD. Trên các cạnh AD và BC lần lượt lấy các điểm P và Q sao cho $\overrightarrow{AP} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BQ} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$. Chứng minh bốn điểm M, N, P, Q cùng thuộc một mặt phẳng.

Bài 6. Cho tam giác ABC. Lấy S nằm ngoài mặt phẳng (ABC). Trên đoạn SA lấy điểm M sao cho $\overrightarrow{MS} = -2\overrightarrow{MA}$ và trên đoạn BC lấy điểm N sao cho $\overrightarrow{NB} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{NC}$. Chứng minh các vector $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{MN}, \overrightarrow{SC}$ đồng phẳng.